

JACOBIAN ZETA FUNCTION $Z(\varphi|\alpha)$

Table 17.7

$$K(\alpha)Z(\varphi|\alpha) = K(\alpha)E(\varphi|\alpha) - E(\alpha)F(\varphi|\alpha)$$

$$K(90^\circ)Z(\varphi|\alpha) = K(90^\circ)Z(u|1) = K(90^\circ) \tanh u = \infty \text{ for all } u$$

$\alpha \backslash \varphi$	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
0°	0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
2	0	0.000083	0.000164	0.000239	0.000308	0.000367	0.000414
4	0	0.000332	0.000655	0.000957	0.001231	0.001467	0.001658
6	0	0.000748	0.001474	0.002155	0.002770	0.003302	0.003734
8	0	0.001331	0.002621	0.003832	0.004928	0.005875	0.006644
10	0	0.002080	0.004098	0.005992	0.007706	0.009188	0.010393
12	0	0.002997	0.005905	0.008635	0.011107	0.013246	0.014987
14	0	0.004082	0.008043	0.011765	0.015136	0.018055	0.020433
16	0	0.005337	0.010516	0.015384	0.019796	0.023621	0.026740
18	0	0.006761	0.013324	0.019496	0.025094	0.029951	0.033919
20	0	0.008357	0.016470	0.024105	0.031035	0.037055	0.041981
22	0	0.010125	0.019958	0.029216	0.037627	0.044942	0.050941
24	0	0.012067	0.023791	0.034834	0.044878	0.053626	0.060814
26	0	0.014186	0.027972	0.040968	0.052799	0.063119	0.071617
28	0	0.016483	0.032508	0.047624	0.061401	0.073438	0.083373
30	0	0.018962	0.037403	0.054811	0.070696	0.084599	0.096103
32	0	0.021625	0.042664	0.062540	0.080700	0.096624	0.109834
34	0	0.024476	0.048298	0.070823	0.091430	0.109534	0.124596
36	0	0.027520	0.054315	0.079674	0.102905	0.123356	0.140421
38	0	0.030761	0.060725	0.089108	0.115148	0.138120	0.157347
40	0	0.034205	0.067540	0.099145	0.128185	0.153860	0.175418
42	0	0.037860	0.074774	0.109807	0.142046	0.170614	0.194683
44	0	0.041734	0.082444	0.121118	0.156765	0.188428	0.215197
46	0	0.045835	0.090569	0.133109	0.172383	0.207353	0.237025
48	0	0.050177	0.099172	0.145813	0.188947	0.227450	0.260240
50	0	0.054771	0.108280	0.159273	0.206513	0.248789	0.284929
52	0	0.059634	0.117925	0.173536	0.225145	0.271452	0.311193
54	0	0.064786	0.128146	0.188661	0.244921	0.295538	0.339150
56	0	0.070249	0.138989	0.204716	0.265933	0.321161	0.368940
58	0	0.076052	0.150510	0.221785	0.288294	0.348462	0.400731
60	0	0.082227	0.162776	0.239971	0.312138	0.377610	0.434726
62	0	0.088818	0.175872	0.259398	0.337632	0.408811	0.471170
64	0	0.095876	0.189901	0.280221	0.364981	0.442321	0.510371
66	0	0.103468	0.204994	0.302637	0.394446	0.478462	0.552710
68	0	0.111676	0.221320	0.326895	0.426356	0.517644	0.598675
70	0	0.120612	0.239097	0.353322	0.461145	0.560402	0.648900
72	0	0.130420	0.258615	0.382351	0.499384	0.607444	0.704225
74	0	0.141301	0.280272	0.414575	0.541857	0.659739	0.765797
76	0	0.153537	0.304631	0.450832	0.589673	0.718657	0.835238
78	0	0.167542	0.332519	0.492356	0.644462	0.786214	0.914934
80	0	0.183967	0.365230	0.541075	0.708771	0.865556	1.008608
82	0	0.203902	0.404937	0.600229	0.786884	0.961976	1.122523
84	0	0.229402	0.455734	0.675918	0.886859	1.085434	1.268462
86	0	0.265091	0.526833	0.781873	1.026844	1.258352	1.472953
88	0	0.325753	0.647691	0.962000	1.264856	1.552420	1.820811
90	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
5	0	0.000519	0.001023	0.001496	0.001923	0.002292	0.002592
15	0	0.004688	0.009238	0.013513	0.017387	0.020743	0.023479
25	0	0.013105	0.025838	0.037836	0.048754	0.058271	0.066098
35	0	0.025973	0.051258	0.075176	0.097073	0.116329	0.132373
45	0	0.043755	0.086448	0.127026	0.164459	0.197748	0.225942
55	0	0.067477	0.133487	0.196567	0.255266	0.308149	0.353807
65	0	0.099601	0.197305	0.291216	0.379430	0.460039	0.531121
75	0	0.147228	0.292070	0.432134	0.565011	0.688264	0.799407
85	0	0.245478	0.487761	0.723644	0.949910	1.163313	1.360551

See Example 16.

Compiled from P.F. Byrd and M.D. Friedman, Handbook of elliptic integrals for engineers and physicists, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1954 (with permission).

Table 17.7

JACOBIAN ZETA FUNCTION $Z(\varphi|\alpha)$

$$K(\alpha)Z(\varphi|\alpha) = K(\alpha)E(\varphi|\alpha) - E(\alpha)F(\varphi|\alpha)$$

$$K(90^\circ)Z(\varphi|\alpha) = K(90^\circ)Z(u|1) = K(90^\circ) \tanh u = \infty \text{ for all } u$$

$\alpha \backslash \varphi$	35°	40°	45°	50°	55°	60°
0°	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.000450	0.000471	0.000479	0.000471	0.000450	0.000415
4	0.001800	0.001886	0.001916	0.001887	0.001800	0.001659
6	0.004052	0.004248	0.004314	0.004250	0.004056	0.003739
8	0.007212	0.007561	0.007681	0.007567	0.007224	0.006660
10	0.011284	0.011833	0.012023	0.011849	0.011313	0.010433
12	0.016276	0.017073	0.017353	0.017106	0.016337	0.015070
14	0.022197	0.023293	0.023683	0.023354	0.022312	0.020588
16	0.029060	0.030505	0.031029	0.030610	0.029257	0.027006
18	0.036876	0.038728	0.039411	0.038897	0.037194	0.034347
20	0.045662	0.047979	0.048850	0.048238	0.046150	0.042639
22	0.055435	0.058279	0.059372	0.058663	0.056156	0.051912
24	0.066216	0.069655	0.071005	0.070203	0.067246	0.062203
26	0.078026	0.082132	0.083783	0.082895	0.079461	0.073551
28	0.090893	0.095744	0.097742	0.096782	0.092844	0.086003
30	0.104844	0.110525	0.112924	0.111909	0.107447	0.099613
32	0.119914	0.126515	0.129375	0.128330	0.123327	0.114438
34	0.136138	0.143758	0.147147	0.146103	0.140549	0.130548
36	0.153557	0.162305	0.166300	0.165296	0.159186	0.148018
38	0.172220	0.182211	0.186898	0.185983	0.179319	0.166934
40	0.192178	0.203541	0.209016	0.208248	0.201042	0.187395
42	0.213492	0.226365	0.232738	0.232187	0.224459	0.209512
44	0.236228	0.250764	0.258158	0.257907	0.249691	0.233413
46	0.260466	0.276831	0.285383	0.285531	0.276871	0.259243
48	0.286295	0.304671	0.314535	0.315196	0.306156	0.287169
50	0.313816	0.334405	0.345755	0.347064	0.337723	0.317383
52	0.343151	0.366173	0.379203	0.381317	0.371776	0.350108
54	0.374438	0.400138	0.415067	0.418166	0.408552	0.385601
56	0.407844	0.436490	0.453565	0.457861	0.448328	0.424167
58	0.443565	0.475457	0.494956	0.500691	0.491428	0.466161
60	0.481836	0.517310	0.539547	0.547003	0.538238	0.512007
62	0.522947	0.562378	0.587709	0.597211	0.589220	0.562214
64	0.567251	0.611064	0.639896	0.651822	0.644933	0.617399
66	0.615191	0.663870	0.696670	0.711460	0.706068	0.678320
68	0.667330	0.721434	0.758741	0.776910	0.773487	0.745922
70	0.724397	0.784577	0.827024	0.849178	0.848294	0.821411
72	0.787359	0.854390	0.902728	0.929590	0.931931	0.906356
74	0.857536	0.932355	0.987491	1.019938	1.026343	1.002860
76	0.936789	1.020563	1.083621	1.122735	1.134246	1.113848
78	1.027859	1.122089	1.194508	1.241670	1.259612	1.243568
80	1.135017	1.241721	1.325428	1.382470	1.408589	1.398577
82	1.265447	1.387516	1.485245	1.554749	1.591484	1.589820
84	1.432669	1.574623	1.690632	1.776579	1.827791	1.837791
86	1.667113	1.837147	1.979107	2.088611	2.160541	2.188502
88	2.066078	2.284127	2.470622	2.620801	2.729164	2.788909
90	∞	∞	∞	∞	∞	∞
5	0.002813	0.002948	0.002994	0.002949	0.002815	0.002594
15	0.025510	0.026774	0.027228	0.026855	0.025662	0.023683
25	0.071991	0.075754	0.077249	0.076403	0.073210	0.067742
35	0.144695	0.152865	0.156547	0.155518	0.149686	0.139108
45	0.248154	0.263583	0.271538	0.271473	0.263028	0.246077
55	0.390865	0.418002	0.433972	0.437641	0.428046	0.404479
65	0.590735	0.636916	0.667669	0.680968	0.674774	0.647089
75	0.895883	0.975016	1.033955	1.069585	1.078397	1.056317
85	1.538234	1.692810	1.820471	1.916972	1.977347	1.995386

JACOBIAN ZETA FUNCTION $Z(\varphi|\alpha)$

Table 17.7

$$K(\alpha)Z(\varphi|\alpha) = K(\alpha)E(\varphi|\alpha) - E(\alpha)F(\varphi|\alpha)$$

$$K(90^\circ)Z(\varphi|\alpha) = K(90^\circ)Z(u|1) = K(90^\circ) \tanh u = \infty \text{ for all } u$$

$\alpha \backslash \varphi$	65°	70°	75°	80°	85°	90°
0°	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0
2	0.000367	0.000308	0.000239	0.000164	0.000083	0
4	0.001468	0.001232	0.000958	0.000656	0.000333	0
6	0.003308	0.002776	0.002160	0.001477	0.000750	0
8	0.005893	0.004946	0.003849	0.002633	0.001337	0
10	0.009233	0.007751	0.006032	0.004127	0.002096	0
12	0.013341	0.011202	0.008718	0.005966	0.003030	0
14	0.018231	0.015312	0.011920	0.008158	0.004143	0
16	0.023922	0.020098	0.015649	0.010713	0.005442	0
18	0.030438	0.025581	0.019924	0.013642	0.006930	0
20	0.037803	0.031783	0.024763	0.016959	0.008617	0
22	0.046047	0.038732	0.030188	0.020680	0.010509	0
24	0.055206	0.046459	0.036225	0.024823	0.012617	0
26	0.065319	0.055000	0.042905	0.029411	0.014952	0
28	0.076431	0.064397	0.050260	0.034466	0.017526	0
30	0.088594	0.074696	0.058332	0.040018	0.020354	0
32	0.101867	0.085951	0.067164	0.046099	0.023454	0
34	0.116315	0.098224	0.076808	0.052747	0.026845	0
36	0.132015	0.111585	0.087324	0.060004	0.030550	0
38	0.149053	0.126114	0.098779	0.067920	0.034595	0
40	0.167527	0.141905	0.111254	0.076554	0.039011	0
42	0.187551	0.159064	0.124839	0.085973	0.043833	0
44	0.209254	0.177713	0.139641	0.096255	0.049104	0
46	0.232785	0.197996	0.155784	0.107493	0.054874	0
48	0.258315	0.220078	0.173414	0.119798	0.061201	0
50	0.286045	0.244154	0.192704	0.133299	0.068157	0
52	0.316206	0.270454	0.213858	0.148154	0.075826	0
54	0.349070	0.299246	0.237121	0.164550	0.084312	0
56	0.384960	0.330854	0.262789	0.182720	0.093745	0
58	0.424255	0.365664	0.291220	0.202947	0.104281	0
60	0.467411	0.404143	0.322854	0.225584	0.116121	0
62	0.514976	0.446860	0.358236	0.251076	0.129521	0
64	0.567621	0.494517	0.398048	0.279993	0.144812	0
66	0.626169	0.547987	0.443155	0.313069	0.162430	0
68	0.691653	0.608372	0.494668	0.351277	0.182965	0
70	0.765385	0.677086	0.554038	0.395917	0.207230	0
72	0.849072	0.755975	0.623195	0.448779	0.236382	0
74	0.944993	0.847508	0.704762	0.512376	0.272114	0
76	1.056298	0.955095	0.802400	0.590350	0.317015	0
78	1.187535	1.083634	0.921408	0.688163	0.375226	0
80	1.345674	1.240571	1.069839	0.814374	0.453784	0
82	1.542281	1.438150	1.260828	0.983236	0.565578	0
84	1.798909	1.698985	1.518315	1.220780	0.736684	0
86	2.163806	2.073357	1.894760	1.583040	1.028059	0
88	2.790834	2.721008	2.555104	2.241393	1.628299	0
90	∞	∞	∞	∞	∞	∞
5	0.002295	0.001926	0.001498	0.001025	0.000520	0
15	0.020975	0.017619	0.013718	0.009390	0.004769	0
25	0.060141	0.050625	0.039483	0.027060	0.013755	0
35	0.124003	0.104764	0.081953	0.056296	0.028657	0
45	0.220781	0.187640	0.147536	0.101748	0.051923	0
55	0.366615	0.314676	0.249634	0.173397	0.088901	0
65	0.596098	0.520463	0.419877	0.295957	0.153297	0
75	0.998480	0.899033	0.751288	0.549278	0.293208	0
85	1.962673	1.866624	1.686113	1.380465	0.860811	0